Ungleichungen

1. a) $x \leq -\frac{2}{5}$
   b) $x^2 \leq -3x + 2$
   c) $\left|7 + x^2\right| > x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{5}{2}$
   d) $|x| > \frac{3}{2}$

2. a) $x \geq \frac{9}{2}$, Lösungsmenge $[\frac{9}{2}, \infty)$
   b) $x > \frac{-5}{6}$ Lösungsmenge $(\frac{-5}{6}, \infty)$
   c) Die Ungleichung ist für alle reellen Zahlen erfüllt. Dies kann man z.B. sehen, indem man die zugehörige Gleichung mit der pq-Formel löst (es gibt keine Lösung und die Parabel ist - da x^2 ein positives Vorzeichen besitzt - oben geöffnet, muß also oberhalb der x-Achse verlaufen), oder durch quadratische Ergänzung zur äquivalenten Ungleichung $(x-1)^2 + 2 > 0$ gelangt.
   d) Umformen führt zur äquivalenten Ungleichung $(x+2)^2 > 0$, somit gehören alle x außer -2 zur Lösungsmenge. Dies kann man auch aufschreiben als $\{x \in \mathbb{R} \colon x \neq -2\}$, $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ oder in Intervallschreibweise $(-\infty, -2) \cup (-2, \infty)$.
   e) Eine äquivalente Ungleichung ist $\left(x + \frac{4}{3}\right)^2 + \frac{2}{9} \leq 0$, somit gibt es keine Lösung (Lösungsmenge ist die leere Menge)
   f) Eine äquivalente Ungleichung ist $x^2 + 2x + \frac{3}{4} \leq 0$, wir suchen also den negativen Bereich einer nach oben geöffneten Parabel. Die Parabel hat die Nullstellen $-\frac{3}{2}$ und $\frac{-1}{2}$, somit ist die Ungleichung für alle x zwischen den Nullstellen (inkl. letzterer) erfüllte. Die Lösungsmenge ist somit $\left\{x \in \mathbb{R} \colon -\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{-1}{2}\right\}$ oder in Intervallschreibweise $[-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}]$.
   g) Lösungsmenge ist das Intervall $[-7, 3]$
   h) Lösungsmenge ist $(-\infty, \frac{3}{5}] \cup [\frac{11}{5}, \infty)$
   i) Lösungsmenge ist $(-\infty, -\frac{1}{2}] \cup [\frac{7}{6}, \infty)$
   j) Lösungsmenge ist $(2, \frac{121}{20}]$