

Vorkurs Mathematik

Rechenregeln

Dr. Simon Campese, Dr. Dennis Clemens, Dr. Sonja Otten



Zahlen

Aus der Schule kennen Sie die folgenden Zahlenmengen:

- ▶ \mathbb{N} (natürliche Zahlen)
- ▶ \mathbb{Z} (ganze Zahlen)
- ▶ \mathbb{Q} (rationale Zahlen)
- ▶ \mathbb{R} (reelle Zahlen)

Zwei Zahlen können mit Hilfe der vier **Grundrechenarten** Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division zu einer neuen Zahl verknüpft werden.

Konventionen

- ▶ Klammern zuerst
- ▶ Punkt- vor Strichrechnung
- ▶ von links nach rechts

Rechenregeln

- ▶ Assoziativgesetz: Summanden oder Faktoren können in beliebiger Reihenfolge zusammengerechnet werden, d.h. $(a + b) + c = a + (b + c)$ sowie $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$.
- ▶ Kommutativgesetz: Summanden bzw. Faktoren können beliebig vertauscht werden, d.h. $a + b = b + a$ sowie $a \cdot b = b \cdot a$.
- ▶ Distributivgesetz: Treffen Punkt- und Strichrechnung aufeinander, kann man ausmultiplizieren, d.h. $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$.

Klammern

- ▶ Aufgrund der Konvention „Punkt- vor Strichrechnung“ sind manchmal Klammern notwendig:
- ▶ Um Minuszeichen vor einer Klammer aufzulösen hilft die Beobachtung $-(\dots) = -1 \cdot (\dots)$ Beispiel:

Binomische Formeln

Es gilt:

1. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

2. $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

3. $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Bruchrechnung

Es gilt:

- ▶ Erweitern bzw. Kürzen: $\frac{a}{b} = \frac{a \cdot c}{b \cdot c}$
- ▶ Addition/Subtraktion: $\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}$
- ▶ Multiplikation/Division: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$ sowie $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$

Potenzen

Für eine natürliche Zahl n und eine positive reelle Zahl a ist a^n eine Abkürzung für $\underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ mal}}$. Allgemeiner (aber mit einer etwas

komplizierteren Interpretation), kann man a^p für eine beliebige reelle Zahl p definieren. Es gelten die folgenden Rechengesetze:

1. $(a^p)^q = a^{pq}$

2. $(ab)^p = a^p b^p$

3. $\frac{a^p}{b^p} = \left(\frac{a}{b}\right)^p$

4. $a^p a^q = a^{p+q}$

5. $\frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$

Wurzeln

Wurzeln sind spezielle Potenzen: $\sqrt[p]{a} = a^{\frac{1}{p}}$. Aus den Rechengesetzen für Potenzen erhalten wir:

$$1. \sqrt[q]{\sqrt[p]{a}} = \sqrt[pq]{a}$$

$$2. \sqrt[p]{ab} = \sqrt[p]{a} \sqrt[p]{b}$$

$$3. \frac{\sqrt[p]{a}}{\sqrt[p]{b}} = \sqrt[p]{\frac{a}{b}}$$

Für die Quadratwurzel $\sqrt[2]{a}$ schreiben wir \sqrt{a} . Da Wurzeln spezielle Potenzen sind, vertragen Sie sich erwartungsgemäß gut mit allgemeinen Potenzen:

$$a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p} = \left(\sqrt[q]{a}\right)^p.$$

Prozentrechnen

Grundgleichung für Prozentrechnung

$$\frac{\text{Prozentsatz}}{100\%} = \frac{\text{Prozentwert}}{\text{Grundwert}}$$