

Vektoren und Lineare Gleichungssysteme

$$1. \quad a) \quad \left\| \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} \right\| = \sqrt{5^2 + 1^2 + 6^2} = \sqrt{25 + 1 + 36} = \sqrt{62}$$

$$b) \quad \left\| \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix} \right\| = \left\| \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ -6 \end{pmatrix} \right\| = \dots = \sqrt{61}$$

$$2. \quad a) \quad \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}, \mathbf{s} = \begin{pmatrix} -7 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{t} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

b) Da ein Quader vorliegt, gilt

$$V = \|\mathbf{r}\| \cdot \|\mathbf{s}\| \cdot \|\mathbf{t}\| = \sqrt{24} \cdot \sqrt{11} \cdot \sqrt{66} = \sqrt{17424} \stackrel{TR}{=} 132$$

$$c) \quad D = (-9, 5, 1), E = (-1, 2, 3), G = (-6, 10, 2) \text{ und } H = (-8, 6, 4)$$

$$3. \quad a) \quad \left\| \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 6 \\ 11 \\ 0 \end{pmatrix} \right\| = \left\| \begin{pmatrix} 11 \\ -6 \\ -8 \end{pmatrix} \right\| = \sqrt{221}$$

$$b) \quad \left\| \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 7 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} \right\| = \left\| \begin{pmatrix} 5 \\ 15 \\ 5 \end{pmatrix} \right\| = 5\sqrt{11}$$

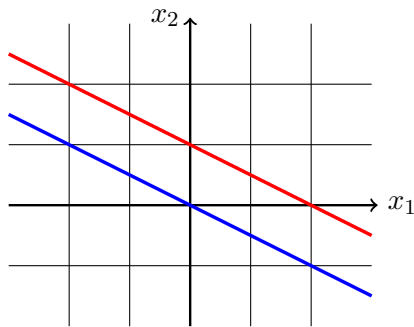
$$4. \quad a) \quad g = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 7 \\ 8 \end{pmatrix} : \lambda \in \mathbb{R} \right\}$$

$$b) \quad g = \left\{ \begin{pmatrix} 6 \\ 11 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} -6 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix} : \lambda \in \mathbb{R} \right\}$$

$$5. \quad a) \quad \begin{aligned} x &= 1 \\ y &= 2 \\ z &= 3 \end{aligned}$$

$$b) \quad \begin{aligned} x &= 3 \\ y &= -1 \\ z &= 2 \end{aligned}$$

6.



7. Um die Lagebeziehung zu bestimmen, kann man beide Darstellungen gleichsetzen und das resultierende LGS (mit Variablen λ_1, λ_2) lösen:

a)

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} + \lambda_1 \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 7 \\ 9 \end{pmatrix} + \lambda_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \lambda_1 \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} - \lambda_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ 10 \end{pmatrix}$$

Da das Gleichungssystem keine Lösung hat und die Richtungsvektoren **keine Vielfachen von einander sind**, sind die Geraden windschief.

b)

$$\begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda_1 \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda_2 \begin{pmatrix} 5 \\ -10 \\ 20 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \lambda_1 \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix} - \lambda_2 \begin{pmatrix} 5 \\ -10 \\ 20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -6 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Da das Gleichungssystem keine Lösung hat und die Richtungsvektoren der Geraden **Vielfachen von einander sind**, sind die Geraden parallel.