

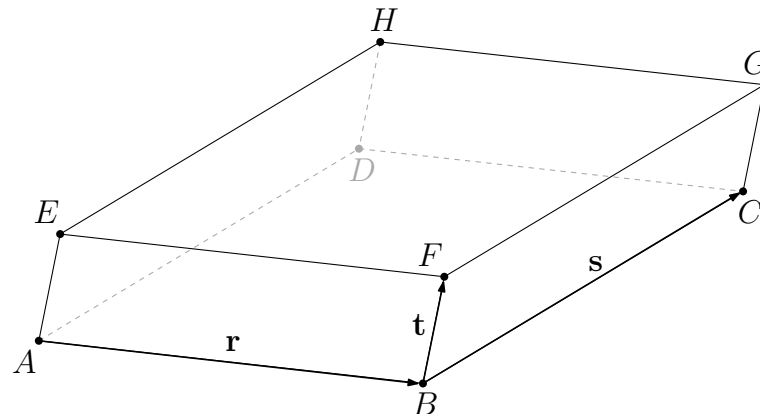
Vektoren und Lineare Gleichungssysteme

1. Bestimmen Sie den Abstand zwischen den folgenden Punkten **a** und **b** :

a) $\mathbf{a} := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$; $\mathbf{b} := \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix}$

b) $\mathbf{a} := \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$; $\mathbf{b} := \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}$

2. Der folgende schief im Raum liegende Quader mit den Eckpunkten A, B, \dots, H sei gegeben. Dabei seien die Koordinaten von 4 Eckpunkten bekannt: $A = (-2, 1, 0)$, $B = (0, 5, -2)$, $C = (-7, 9, -1)$ und $F = (1, 6, 1)$



- a) Bestimmen Sie die Vektoren $\mathbf{r} = \overrightarrow{AB}$, $\mathbf{s} = \overrightarrow{BC}$ und $\mathbf{t} = \overrightarrow{BF}$.
 b) Welches Volumen hat der Quader?
 c) Bestimmen Sie die Koordinaten der übrigen Eckpunkte.
3. Bestimmen Sie eine Parameterdarstellung derjenigen Gerade g , die durch die angegebenen Punkte **a** und **b** verläuft.

a) $\mathbf{a} := \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\mathbf{b} := \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 8 \end{pmatrix}$

b) $\mathbf{a} := \begin{pmatrix} 6 \\ 11 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\mathbf{b} := \begin{pmatrix} 0 \\ 9 \\ -1 \end{pmatrix}$

4. Die folgenden Gleichungssystem haben jeweils eine eindeutige Lösung (x, y, z) . Bestimmen Sie diese Lösung.

a)
$$\begin{cases} x & +y & +z & = 6 \\ 2x & -y & +2z & = 6 \\ 3x & -2y & +z & = 2 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 2x & +3y & -z & = 1 \\ x & +3y & +z & = 2 \\ -2x & -2y & +4z & = 4 \end{cases}$$

5. Skizzieren Sie die Menge aller Lösungen der folgenden Gleichungssysteme

$$\text{a) } \begin{cases} x + 2y = 0 \\ 2x + 4y = 0 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x + 2y = 2 \\ 2x + 4y = 4 \end{cases}$$

6. Bestimmen Sie die Lagebeziehung der Gerade g_1 und g_2 , wobei:

$$\text{a) } g_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} + \lambda_1 \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, g_2 = \begin{pmatrix} -2 \\ 7 \\ 9 \end{pmatrix} + \lambda_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } g_1 = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda_1 \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix}, g_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda_2 \begin{pmatrix} 5 \\ -10 \\ 20 \end{pmatrix}$$