

Vorkurs Mathematik

Exponentialfunktion und Logarithmus

Dr. Simon Campese, Dr. Dennis Clemens, Dr. Sonja Otten



Exponentialfunktionen

- ▶ **Potenzfunktion**: Basis variabel, Potenz fest (x^2 , \sqrt{x} etc.)
- ▶ **Exponentialfunktion**: Basis fest, Potenz variabel (2^x , $(\frac{1}{4})^x$ oder allgemein a^x mit $a > 0$)
- ▶ Potenzgesetze gelten unverändert auch für Exponentialfunktionen, z.B. ist $2^{x+3} = 2^x 2^3 = 2^x \cdot 8$
- ▶ die wichtigste Basis ist die **Eulersche Zahl** $e = 2,718\dots$ (die zugehörige Exponentialfunktion e^x stimmt mit ihrer Ableitung überein)

potenz, Exponent

Basis

Logarithmus

$$f(x) = 2x$$
$$f^{-1}(x) = \frac{1}{2}x$$

$$f(x) = x^2, x \geq 0$$
$$f^{-1}(x) = \sqrt{x}, x \geq 0$$

Die Logarithmusfunktion $\log_a(x)$ macht das Potenzieren a^x rückgängig, es gilt

$$f^{-1}(f(x)) = x$$

$$\log_a(a^x) = x$$

sowie

$$f(f^{-1}(x)) = x$$
$$a^{\log_a(x)} = x.$$

$$f(x) = a^x$$
$$f^{-1}(x) = \log_a(x)$$

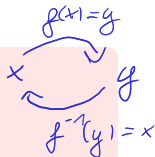
Für die Basis $a = e$ schreibt man statt $\log_e(x)$ auch $\ln(x)$.

Rechengesetze:

$$\log_a(x) + \log_a(y) = \log_a(xy)$$

$$\log_a(x) - \log_a(y) = \log_a\left(\frac{x}{y}\right)$$

$$\log_a(x^p) = p \log_a(x)$$



Basiswechsel:

$$\log_b(x) = \frac{\log_a(x)}{\log_a(b)}$$

$$\log_e(10) = \frac{\log_{10}(10)}{\log_{10}(e)}$$

spezielle Schreibweisen:

$$\log(x) \text{ statt } \log_e(x)$$
$$\lg(x) \text{ statt } \log_{10}(x)$$

$$\log(x) \text{ statt } \log_e(x)$$
$$\log_{10}(x) \text{ statt } \log_{10}(x)$$

$$\lg(x) \text{ statt } \log_2(x)$$

Exponential- und Logarithmusgleichungen

Falls die Variable im Logarithmus oder in der Potenz steht, wird dieselbe Lösungsstrategie wie bei Wurzelgleichungen angewendet:

- ▶ Zunächst den Logarithmus bzw. die Exponentialfunktion isolieren
- ▶ Exponentieren bzw. Logarithmieren
- ▶ die ersten beiden Schritte wiederholen, bis alle Logarithmen bzw. Exponentialfunktionen eliminiert sind
- ▶ die so erhaltene Gleichung mit bekannten Mitteln lösen